

数学科 (数学Ⅱ) 学習指導案

日 時：平成24年10月29日 (月) 6校時
 対 象：2年D組
 使用教室：数学教室
 指 導 者：平松敏康

1 単元 数学Ⅱ 第6章 微分法と積分法

5 関数の増減・グラフの応用

2 指導目標 3次方程式の実数解の個数を、3次関数のグラフと、直線の共有点の個数に読み替えて考察できるようにする。

3 生徒の状況 2年D組 37人 (男子18人、女子19人)
 理型クラスである。全体的に授業態度は真面目で、数学への興味関心も高い生徒達である。数学を不得意とする生徒もいるが、どの生徒も理解したいという強い気持ちをもって数学に取り組んでいる。

4 指導計画 (教科書：数研出版 数学Ⅱ)

- ① 微分係数 (2) ② 導関数とその計算 (2)
- ③ 接線の方程式 (2) ④ 関数の増減と極大・極小 (2)
- ⑤ 関数の増減・グラフの応用 (2) (本時2/3)
- ⑥ 不定積分 (2) ⑦ 定積分 (3)
- ⑨ 図形の面積と定積分 (3)

5 本時のねらい グラフを正しく応用し、方程式の解の個数を求めることができるようにする。

6 本時の指導過程 関心・意欲・態度 ◆数学的な考え方 ■表現・処理 ▲知識・理解

過程	学習内容	学習活動	指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	本時の内容の提示 $x^3 + 3x^2 = a$ の異なる実数解の個数を調べよ	本時の内容の把握	解そのものではなく個数であることを強調。 発表しやすい雰囲気を作る。	
展開 40分	I 具体例の提示、発問 方程式 $x^3 + 3x^2 = 0$, $x^3 + 3x^2 = 2$ は実際に解を求めることができるので解の個数は求まる。そこで方程式 $x^3 + 3x^2 = 1$ の解の個数は因数分解で解けず、どうしたらよいのかを投げかける。 II $y = x^3 + 3x^2$ のグラフを用いて考えることを説明し、グラフをかかせる。 III $x^3 + 3x^2 = 1$ の解の個数について説明する IV $x^3 + 3x^2 = a$ の解の個数が3個になる具体的な a の値を発問 ※解の個数が2個、1個の場合も発問 V 解答の作成 VI 演習 $x^3 - 6x^2 = a$ の解の個数を調べよ	具体的に解を求めて、解の個数を考える。 解が求められない場合はどうするかを考える。 連立方程式 $\begin{cases} y = x^3 + 3x^2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = 1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ を考え、2つのグラフの共有点の個数が $x^3 + 3x^2 = 1$ の解の個数になることを理解し、①のグラフをかく。 ①②のグラフの共有点の個数から解の個数が3個になることを理解する。 (どのような範囲に解があるかも考える) $y = a \cdots \cdots \textcircled{3}$ のグラフを動かして考えれば良いことに気づく。 a の値で場合分けをして、解の個数を求める。 演習を行う ※指名されたものは板書する。	正しく増減表をかきグラフは丁寧にかく。 $\text{解の個数} = \text{共有点の個数}$ となり、グラフを考える意味を強調する。 a の値が動くとき、グラフ③が動き、解の個数も変わる。接する場合を強調する。 “異なる実数解” →重解は1個と考える グラフを正しくかけていないものへの対処。	★意欲的に取り組む姿勢をもっているか ◆共有点の個数と解の個数が一致することを理解できるか ■正しくグラフがかけるか ▲共有点の個数が解の個数になることが理解できたか ◆■③のグラフを動かして解の個数を求められたか ■自ら、解答がつくれたか
まとめ 5分	本時の確認 $f(x) = a$ の解の個数は2つのグラフ $y = f(x)$, $y = a$ の共有点を考える 次時の予告	次時の内容を確認する。		▲ 本時の学習内容を理解しているか。

授業後の研究協議会の記録【数学科】

【授業者（平松先生）より】

- ・グラフを使って実数解の個数を求めることが目標。
- ・生徒から直線を動かすことで解の個数を求めることに気づいてほしかった。
- ・若干戸惑いはあったが最終的には狙い通りになった。
- ・生徒が書いたグラフをそのまま残して活用するなど、生徒の間違いをもっと活かしてあげられれば良かった。
- ・生徒の「解1個」がどこを見てそう思ったのか聞くことで生徒の視点が見えたのではないかな。

① 【生徒の発言を広げる・深める】

- ・解が0個という発言を広げることができたのではないかな。（岡本）
- ・ $(-1, 2)$ をとった理由を聞いても良かったのではないかな。（齋藤）
- ・ $a=0$ はx軸との交点だという説明があったのではないかな。（齋藤）
- ・生徒の「わからない」をそのままにしてしまったのがもったいない。生徒が詰まったときも我慢して表現を引き出しても良かったのでは。（佐藤広）
- ・ $y=1$ のグラフが重要だったのだが、そこを生徒から引き出すのではなく、先生が書いてしまったのがもったいなかった。広げる・深めるというのは授業を終わらせることがすべてではない。（高谷）
- ・3次関数のグラフを動かしながら見せられればより理解が深まるのではないかな。（釜田）
- ・2次関数で学んだことを活かすという方法もあったのではないかな。（照井）
- ・生徒を動かしながら授業を展開できていて良かった。
- ・（共有点の個数）＝（実数解の個数）ということを定規を使って、生徒の目に見える形で表現してあげるとより理解が深まったのではないかな。（佐藤修）
- ・きちんと説明できることが大事であるが、暗記しただけで理解した気になっている生徒が多いと感じるので、解答の書き方をきちんと書かせているのはそういう部分で大事なことであったと感じた。→言語活動の充実に繋がる。（高橋洋）
- ・「わからない」と言った生徒のフォローが難しいことを感じた。（藤井）

② 【発問の工夫・精選】

- ・発問後の考えさせる時間が少し足りなかったのではないかな。教師側は辛い我慢して生徒にそうなる理由まで考えさせた方がいい。（丹）

③ 【その他】

- ・数学での予想は理屈があつての予想でなければならぬと感じた。（高谷）
- ・生徒のグラフの書き方が気になった。増減表を活かしている生徒が少なかった。（佐藤広）
- ・本時の目標は十分達成されており良かった（岡本）

熊澤指導主事より

- ・1ヶ月前課題に沿った授業展開であり良かった。生徒も答えようという姿勢があり、普段の積み重ねを感じた。
- ・まとめて次時の予告があったのだが、違いを感じさせた予告があると次時の内容がより深まるのではないかな。
- ・最初の方針をすべて示してしまったのがもったいなかった。どのような方法で考えていくのかを生徒に発問していくとその後の展開に広がりが出る。方針を示してしまうとその後単なる「解き方の練習」となってしまう。
- ・「グラフのy座標が1となるのは何個ある」という聞き方をすれば $y=1$ の直線を引く生徒も出てきたのではないかな。
- ・生徒が1番苦労するのは問題へのとっかかり（最初の考え方）であるので、そこを深めると数学の力が伸びていく。
- ・生徒の板書をその他の生徒に評価させることで、クラス全体のものにしていくことができるのではないかな。もしくは板書した生徒に説明させると面白い。
- ・数学の授業は「考える場を作る」ことが大切である。

【言語活動について】

- ① 板書した生徒に説明させる。そして、教師が突っ込みを入れて、その後生徒が突っ込みを入れられるようになればいい。特にグループになって取り組む必要はない。
- ② その時間のまとめを教師が行うのではなく、生徒に発言させる。それによって生徒の理解を再構築させることに繋がる。